Системы счисления и компьютерная арифметика

Содержание

Введение 3
I. Кодирование числовой информации. 4
1.1. Представление числовой информации с помощью систем счисления. 4
1.2. Непозиционные системы счисления 5
1.3. Позиционные системы счисления 8
II. Перевод целых чисел в позиционных системах счисления. 12
2.1. Двоичная система счисления. 12
2.1.1. Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в десятичную СС. 13
2.1.2. Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную СС. 14
2.1.3. Арифметические операции в двоичной системе счисления 15
2.2. Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления 21
2.2.1.Перевод целых чисел между шестнадцатеричной, восьмеричной, двоичной и десятичной системами счисления. 23
2.2.2. Арифметические операции в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления. 29
III. Представление чисел в памяти компьютера. 34
3.1. Способы представления чисел в памяти компьютера 34
Задания для самостоятельной работы 39
Электронные образовательные ресурсы Единой коллекции ЦОР 42
Используемая литература 43

Введение

Электронный учебник содержит теорию, примеры выполнения заданий, задания для самостоятельной работ по разделу информатики «Системы счисления. Представление чисел в памяти компьютера».

Данное пособие является гипертекстовым документом, что позволяет обучающимся в ходе выполнения заданий для самостоятельной работы обращаться к теории и примерам решения задач, самостоятельно выбирать последовательность их выполнения.

В начало

I. Кодирование числовой информации.

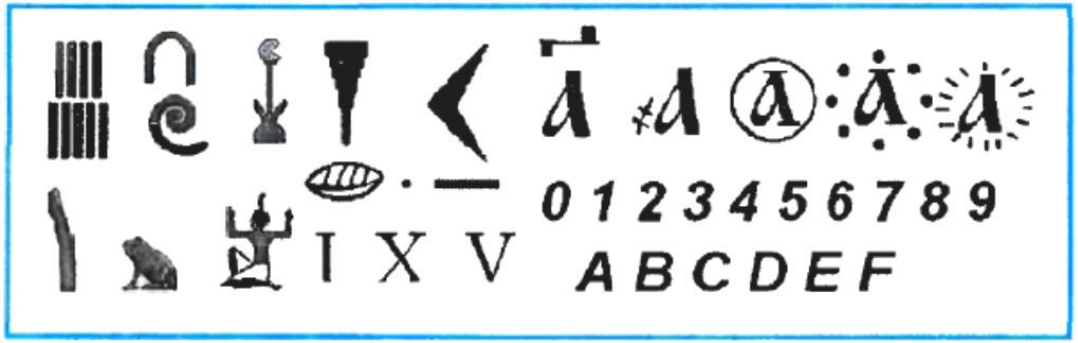
1.1. Представление числовой информации с помощью систем счисления.

Для записи информации о количестве объектов используются числа. Известно множество способов представления чисел. Числа записываются с использованием особых знаковых систем, которые называются **системами счисления.**

Алфавит систем счисления состоит из символов, которые называются цифрами.

Система счисления - это знаковая система, в которой числа записываются по определённым правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых **цифрами**.

Все системы счисления делятся на две большие группы: **позиционные и непозиционные.**



В начало

Рис. 1.1 Знаки, используемые для записи чисел в различных системах счисления

1.2. Непозиционные системы счисления

Непозиционная система счисления — это такая система счисления, в которой значение цифры не зависит от её позиции в записи числа.

Примером непозиционной системы счисления служит **римская система**, в которой вместо цифр используются латинские буквы.

1	I	11	XI	30	XXX	400	CD
2	II	12	XII	40	XL	500	D
3	III	13	XIII	50	L	600	DC
4	IV	14	XIV	60	LX	700	DCC
5	V	15	XV	70	LXX	800	DCCC
6	VI	16	XVI	80	LXXX	900	CM
7	VII	17	XVII	90	XC	1000	M
8	VIII	18	XVIII	100	C	2000	MM
9	IX	19	XIX	200	CC	3000	MMM
10	X	20	XX	300	CCC	4000	MMMM

Рис. 1.2. Знаки, используемые для записи чисел в римской системе счисления

Например:

1)Число 242 можно записать CCXLII (т.е. 100+100+(50-10) +1+1).

2)Число 96 запишем XCVI=(-10+100)+(5+1).

В начало

Числа в этой системе счисления получаются путём сложения и вычитания с учётом следующего правила: каждый меньший знак, поставленный справа от большего, прибавляется к его значению, а каждый меньший знак, поставленный слева от большего, вычитается из него.

Древнеегипетская десятичная непозиционная система возникла во второй половине третьего тысячелетия до н.э. бумагу заменяла глиняная дощечка, и именно поэтому цифры имеют такое начертание. В этой системе счисления использовали в качестве цифр ключевые числа 1, 10, 100, 1000 и т.д. и записывались они при помощи иероглифов.

Рис. 1.3. Знаки, используемые для записи чисел в древнеегипетской системе счисления

В начало

Алфавитные системы счисления. Более совершенными непозиционными системами счисления были алфавитные системы. К числу таких систем счисления относились греческая, славянская, финикийская и другие.

В них числа от 1 до 9, целые количества десятков (от 10 до 90) и целые количества сотен (от 100 до 900) обозначались буквами алфавита.

В алфавитной системе счисления Древней Греции числа 1, 2, ..., 9 обозначались первыми девятью буквами греческого алфавита, например a = 1, b = 2, g = 3 и т.д.

Для обозначения чисел 10, 20, ..., 90 применялись следующие 9 букв (i = 10, k = 20, l = 30, m = 40 и т.д.), а для обозначения чисел 100, 200, ..., 900 — последние 9 букв (r = 100, s = 200, t = 300 и т.д.).

Α = 1	Ι = 10	Ρ = 100
Β = 2	Κ = 20	Σ = 200
Γ = 3	Λ = 30	Τ = 300
Δ = 4	Μ = 40	Υ = 400
Ε = 5	Ν = 50	Φ = 500
ζ = 6	Ξ = 60	Χ = 600
Ζ = 7	Ο = 70	ψ = 700
Η = 8	Π = 80	Ω = 800
Θ = 9	φ = 90	ϡ = 900

Рис. 1.4. Знаки, используемые для записи чисел в Древней Греции

1	2	3	4	5	6	7	8	9
—	=	≡	+	h	φ	?	∽	?

Рис. 1.5. Знаки, используемые для записи чисел в финикийской системе счисления

В начало

Например, число **141** в древнегреческой системе обозначалось **rma.**

1.3. Позиционные системы счисления

Каждая позиционная система счисления имеет определенный алфавит цифр и основание.

Позиционная система счисления (позиционная нумерация) — система счисления, в которой значение каждого числового знака (цифры) в записи числа зависит от его позиции (разряда).

Разряды числа возрастают справа налево, от младших разрядов к старшим, причем значения цифр в соседних разрядах числа различаются в количество раз, равное основанию системы. В настоящее время наиболее распространенной позиционной системой счисления является десятичная система.

В десятичной системе счисления крайняя справа позиция соответствует минимальному значению, в которой цифра обозначает единицы, цифра, смещенная на одну позицию влево, обозначает десятки, еще левее — сотни, затем тысячи и т. д. Рассмотрим в качестве примера десятичное число 555. Цифра 5 встречается в числе трижды, причем самая правая обозначает пять единиц, вторая справа — пять десятков и, наконец, третья — пять сотен.

В информатике широко используются двоичная, восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления.

В начало

Название системы счисления соответствует количеству цифр используемых при записи числа в данной системе счисления, то есть **основанию системы счисления (q).**

Основание системы счисления, в которой записано число, обычно обозначается нижним индексом.

Например, $\mathbf{555_7}$ – число, записанное в семеричной системе счисления. Если число записано в десятичной системе, то основание, как правило, не указывается. Основание системы – это тоже число, и указывают в обычной десятичной системе.

Алфавит системы счисления – это набор символов, используемый для обозначения цифр в данной системе счисления. Алфавит систем счисления состоит из цифр от 0 до q-1(q – основание системы счисления).

Название системы счисления	Основание системы счисления (p)	Алфавит системы счисления
Двоичная с.с.	2	0,1
Восьмеричная с.с.	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Десятичная с.с.	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Шестнадцатеричная с.с.	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10(A),11(B),12(C),13(D),14(E),15(F)

В начало

Рис. 1.6. Позиционные системы счисления

Число в позиционной системе счисления записывается в виде суммы числового ряда степеней основания, в качестве коэффициентов которых выступают цифры данного числа. Выше десятичное число 555 было записано в привычной для нас свернутой форме. Мы настолько привыкли к такой форме записи, что уже не замечаем, как в уме умножаем цифры числа на различные степени числа 10, которое является основанием десятичной системы счисления. В развернутой форме записи числа умножение цифр числа на основание производится в явной форме. Так, в развернутой форме запись числа 555 в десятичной системе будет выглядеть следующим образом:

$$555_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

Для записи десятичных дробей используются разряды с отрицательными значениями степеней основания. Например, число 555,55 в развернутой форме будет записано следующим образом:

$$555{,}55_{10} = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

В начало

В q-ичной системе счисления единицами разрядов служат последовательные степени числа q, иначе говоря, q единиц какого-либо разряда образуют единицу следующего старшего разряда. Для записи чисел в q-ичной системе счисления необходимо q различных цифр.

Так, натуральное число **a** в q-ичной системе счисления можно записать как:

$$A_q = a_{n-1}\times q^{n-1} + \ldots + a_1\times q^1 + a_0\times q^0 + a_{-1}\times q^{-1} + \ldots + a_{-m}\times q^{-m}, \text{ где}$$

q — основание системы счисления (*количество используемых цифр*)

A_q — число в системе счисления с основанием q

a — цифры многоразрядного числа A_q

n (m) — количество целых (дробных) разрядов числа A_q

В начало

II. Перевод целых чисел в позиционных системах счисления.

2.1. Двоичная система счисления.

В двоичной системе счисления используются 2 цифры: 0 и 1. Именно поэтому двоичная система счисления лежит в основе работы компьютера, т.к. в компьютере существуют два устойчивых состояния: низкое или высокое напряжение, есть ток или нет тока, намагничено или не намагничено.

Одному состоянию соответствует значение равное 1, другому - 0.

В начало

2.1.1. Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в десятичную СС.

Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо это число представить в виде суммы произведений степеней основания двоичной системы счисления, на соответствующие цифры в разрядах двоичного числа, т.е. записать число в развернутой форме и вычислить его значение.

Например, требуется перевести двоичное число 10110110 в десятичное. В этом числе 8 цифр и 8 разрядов (разряды считаются, начиная с нулевого, которому соответствует младший бит). В соответствии с уже известным нам правилом представим его в виде суммы степеней с основанием 2:

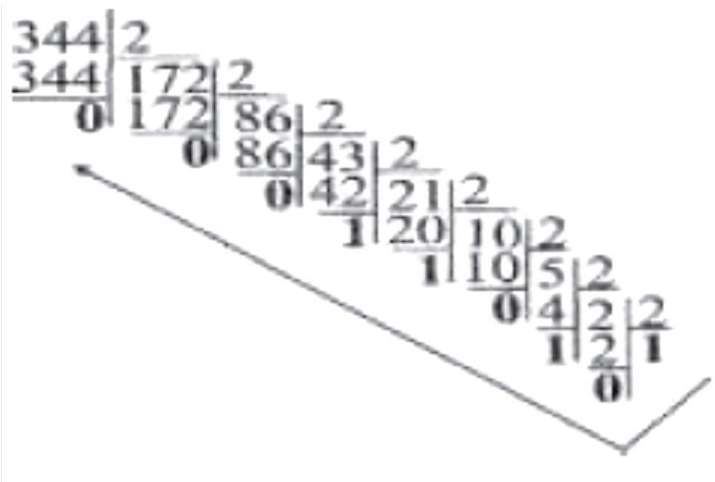
$$10110110_2 = (1\cdot 2^7)+(0\cdot 2^6)+(1\cdot 2^5)+(1\cdot 2^4)+(0\cdot 2^3)+(1\cdot 2^2)+(1\cdot 2^1)+(0\cdot 2^0) =$$
$$128+32+16+4+2 = 182_{10}$$

В начало

2.1.2. Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную СС.

Для того, чтобы перевести целое десятичное число в двоичную или другую систему счисления, необходимо осуществлять последовательное деление десятичного числа и затем получаемых целых частных на основание той системы, в которую оно переводится, до тех пор, пока не получится частное, меньшее делителя. Число в новой системе записывается в виде остатков от деления, начиная с последнего.

Пример 2.1. Перевести число 344 из десятичной системы в двоичную.



Ответ: 101011000_2.

В начало

2.1.3. Арифметические операции в двоичной системе счисления

Арифметические действия в двоичной системе производится по тем же правилам что и в десятичной системе счисления. Однако так как в двоичной системе счисления используются только две цифры 0 и 1, то арифметические действия выполняются проще, чем десятичной системе.

Сложение двоичных чисел.

Сложение выполняется поразрядно столбиком, начиная с младшего разряда и используя таблицы двоичного сложения:

0 + 0 = 0

0 + 1 = 1

1 + 0 = 1

1 + 1 = 10.

При сложении необходимо помнить, что 1+1 дают нуль в данном разряде и единицу переноса в старший.

В начало

Пример 2.2. Сложить два числа:

$$\begin{array}{r} 1011010 \\ +\ \ 111001 \\ \hline 10010011 \end{array}$$

Проверим правильность вычислений сложением в десятичной системе счисления. Переведем двоичные числа в десятичную систему счисления и затем их сложим:

$\mathbf{1011010_2} = 1\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+0\times2^0 = 64+0+16+8+0+2+0 = 90_{10}$

$\mathbf{111001_2} = 1\times2^5+1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+0\times2^1+1\times2^0 = 32+16+8+0+1 = 57_{10}$

$\mathbf{90+57= 147_{10}}$

Теперь переведем результат двоичного сложения в десятичное число:

$10010011_2 = 1\times2^7+0\times2^6+0\times2^5+1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2^1+1\times2^0 = 128+0+0+16+0+0+2+1 = 147_{10}$

Сложение выполнено правильно.

В начало

Вычитание двоичных чисел.

Вычитание выполняется поразрядно столбиком, начиная с младшего разряда и используя таблицы двоичного вычитания:

0 – 0 = 0

1 – 0 = 1

1 – 1 = 0

10 – 1 = 1.

Пример 2.3. Найти разность двух чисел:

$$\begin{array}{r} 1001 \\ -\ 10 \\ \hline 111 \end{array}$$

Т.е. при вычитании двоичных чисел в случае необходимости занимается 1 из старшего разряда, которая равна двум единицам младшего разряда.

Правильность вычитания тоже можно проверить в десятичной системе счисления.

В начало

Умножение двоичных чисел.

Умножение в двоичной системе производится по тому же принципу что и в десятичной системе счисления, при этом используется таблица двоичного умножения:

0 * 0 = 0

0 * 1 = 0

1 * 0 = 0

1 * 1 = 1 .

Пример 2.4. Найти произведение двух чисел:

```
   10101          1101
 ×  1001        ×   11
 -------        -----
   10101          1101
+ 10101        +  1101
 --------       ------
 10111101        100111
21×9=189        13×3=39.
```

Как видно из приведенных примеров, операция умножения может быть представлена как операции сдвига и суммирования.

В начало

Деление двоичных чисел.

Правила деления двоичных чисел аналогичны правилам в десятичной системе счисления.

Используя таблицу вычитания и таблицу умножения для двоичных чисел, делим подобно тому, как мы делим десятичные числа.

Пример 2.5. Найти частное двух чисел:

```
  110010 | 1010
- 1010   |  101
  ------
  001010
-   1010
  ------
       0
  50:10=5
```

Достоинства двоичной системы счисления

Достоинства двоичной системы счисления заключаются в простоте реализации процессов хранения, передачи и обработки информации на компьютере.

- Для ее реализации нужны элементы с двумя возможными состояниями, а не с десятью.

В начало

- Представление информации посредством только двух состояний надежно и помехоустойчиво.
- Возможность применения алгебры логики для выполнения логических преобразований.
- Двоичная арифметика проще десятичной.

Недостатки двоичной системы счисления

Итак, код числа, записанный в двоичной системе счисления, представляет собой последовательность из 0 и 1. Большие числа занимают достаточно большое число разрядов. Быстрый рост числа разрядов - самый существенный недостаток двоичной системы счисления.

В начало

2.2. Восьмеричная и шестнадцатеричная системы счисления

Хотя компьютер «знает» только двоичную систему счисления, часто с целью уменьшения количества записываемых на бумаге или вводимых с клавиатуры компьютера знаков бывает удобнее пользоваться восьмеричными или шестнадцатеричными числами.

Как вы уже понимаете основание восьмеричной системы счисления равно восьми, а алфавит этой системы счисления состоит из восьми следующих цифр: 0,1,2,3,4,5,6,7.

В шестнадцатеричной системе счисления основание соответственно равно шестнадцати, а алфавит составляют следующие шестнадцать цифр: 0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F.

Применение в ЭВМ восьмеричной и шестнадцатеричной систем счисления объясняется тем, что восемь является третьей степенью двойки, а шестнадцать четвертой степенью двойки и поэтому перевод чисел между этими системами счисления абсолютно прост.

В начало

Так как восемь является третьей степенью двойки, то это означает, что каждой восьмеричной цифре будет соответствовать три двоичных разряда, а именно:

Восьмеричная цифра	Двоичный код	Восьмеричная цифра	Двоичный код
0	000	4	100
1	001	5	101
2	010	6	110
3	011	7	111

Табл. 2.1. Соответствие восьмеричных и двоичных чисел

Шестнадцатеричная цифра	Двоичный код	Шестнадцатеричная цифра	Двоичный код
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Табл. 2.2. Соответствие шестнадцатеричных и двоичных чисел

Аналогично дело обстоит и шестнадцатеричной системой счисления, но поскольку шестнадцать является четвертой степенью двойки, то каждой шестнадцатеричной цифре будут соответствовать уже четыре двоичных разряда.

В начало

2.2.1.Перевод целых чисел между шестнадцатеричной, восьмеричной, двоичной и десятичной системами счисления.

Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную и восьмеричную, а так же из восьмеричной и шестнадцатеричной в двоичную рассмотрим на примерах.

Пример 2.6. Двоичное число 1100111010 записать в шестнадцатеричной системе счисления.

Первоначально мы видим, что двоичное число содержит десять разрядов, что бы перевести число в шестнадцатеричную систему счисления количество разрядов двоичного числа должно быть кратно четырем, поэтому допишем к исходному числу спереди два незначащих нуля. Эти нули не изменят число, поэтому они незначащие. Получим: 001100111010

Полученную запись разобьем на группы, каждая из которых состоит из четырех разрядов.

0011 0011 1010

В начало

С помощью таблицы заменим каждую группу двоичных цифр соответствующей шестнадцатеричной цифрой.

0011 0011 1010

3 3 A

Таким образом:

$$1100111010_2=33A_{16}$$

Пример 2.7. Двоичное число 101111110111 записать в восьмеричной системе счисления.

Принцип решения абсолютно аналогичен предыдущему примеру, с той лишь разницей, что разбивать нужно на группы по три двоичных разряда в каждой группе. Поскольку в исходном числе двенадцать двоичных разрядов, а двенадцать кратно трем, то в данном случае не нужно дописывать спереди незначащие нули.

101 111 110 111

Используя таблицу 2.1., заменим каждую группу соответствующей восьмеричной цифрой.

101 111 110 111

5 7 6 7

В начало

В итоге получим, что:

$$101111110111_2=5767_8$$

Пример 2.8.

Используя таблицу соответствия шестнадцатеричных цифр и двоичных разрядов, запишите шестнадцатеричное число B3A в двоичной системе счисления.

Так как каждой шестнадцатеричной цифре соответствует строго определенный набор, состоящий из четырех двоичных разрядов. Произведем замену каждой шестнадцатеричной цифры соответствующими двоичными разрядами.

B 3 A

1011 0011 1010

Таким образом, получаем:

$$B3A_{16}=101100111010_2$$

В начало

Пример 2.9.

Используя таблицу соответствия восьмеричных цифр и двоичных разрядов, запишите восьмеричное число 345 в двоичной системе счисления?

В отличие от шестнадцатеричных цифр каждой восьмеричной цифре соответствует три двоичных разряда, осуществим соответствующие замены.

3 4 5

011 100 101

Таким образом, получим результат:

$$345_8=011100101_2$$

Поскольку, ноль, записанный вначале числа, не является значащим, то при записи его можно опустить, в результате получим запись:

$$345_8=11100101_2$$

Перевод чисел из десятичной системы счисления в шестнадцатеричную и восьмеричную системы счисления принципиально ничем не отличается от перевода десятичных чисел в двоичную систему счисления, с той лишь разницей, что деление с остатком выполняется не на два, а на шестнадцать и восемь соответственно. В схеме Горнера, при переводе чисел из шестнадцатеричной и восьмеричной систем счисления в десятичную, так же в произведениях двойка заменяется на шестнадцать или восемь соответственно.

В начало

Для лучшего понимания процедур перевода чисел между этими системами счисления, воспользуемся примерами.

Пример 2.10. Запишите десятичное число 363 в шестнадцатеричной системе счисления.

```
363 | 16
352   22 | 16
 11   16   1
       6
```

$363_{10}=16B_{16}$

Необходимо обратить внимание на то, что первый остаток от деления равен 11, но в шестнадцатеричной системе счисления нет цифры 11, поэтому при записи числа в шестнадцатеричной системе счисления, остаток 11 заменяется соответствующей цифрой шестнадцатеричного алфавита.

Пример 2.11. Перевести шестнадцатеричное число 21А в десятичную систему счисления.

$$21A_{16} = 2*16^2+1*16^1+10*16^0=512+16+10=538_{10}$$

В данном примере, при вычислениях мы заменяем шестнадцатеричную цифру А на соответствующее десятичное значение.

В начало

Пример 2.12. Запишите десятичное число 87 в восьмеричной системе счисления.

```
87 | 8
80   10 | 8
 7    8   1
      2
```

$87_{10}=127_8$

Пример 2.13. Перевести восьмеричное число 321 в десятичную систему счисления.

$321_8 = 3*8^2+2*8^1+1*8^0=192+16+1=209_{10}$

В начало

2.2.2. Арифметические операции в восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления.

Рассмотрим основные арифметические операции: *сложение, вычитание, умножение* и *деление*.

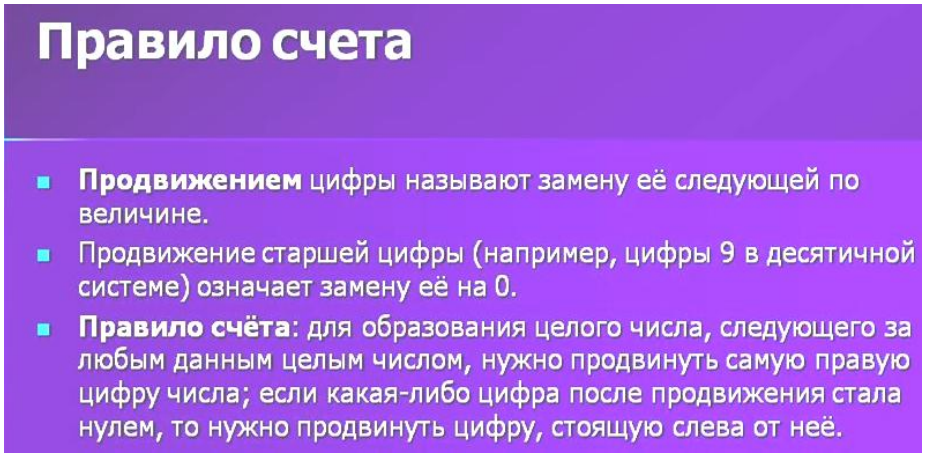
Правила выполнения этих операций в десятичной системе хорошо известны – это *сложение, вычитание, умножение столбиком* и *деление углом*.

Эти правила применимы и ко всем другим позиционным системам счисления.

Только *таблицами сложения и умножения надо пользоваться* ***особыми*** *для каждой системы*.

Сложение

Таблицы сложения легко составить, используя Правило Счета.



В начало

+	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	1	2	3	4	5	6	7
1	1	2	3	4	5	6	7	10
2	2	3	4	5	6	7	10	11
3	3	4	5	6	7	10	11	12
4	4	5	6	7	10	11	12	13
5	5	6	7	10	11	12	13	14
6	6	7	10	11	12	13	14	15
7	7	10	11	12	13	14	15	16

+	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10
2	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11
3	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12
4	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13
5	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14
6	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15
7	7	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16
8	8	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17
9	9	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18
A	A	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
B	B	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A
C	C	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B
D	D	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C
E	E	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D
F	F	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	1A	1B	1C	1D	1E

Табл. 2.3, 2.4. Таблицы сложения восьмеричной, шестнадцатеричной СС.

При сложении цифры суммируются по разрядам, и если при этом возникает избыток, то он переносится влево.

Пример 2.14.

Восьмеричная:

```
  1
  17
+  6
  25
```

7+6=13=8+5

1+1=2

Шестнадцатеричная:

```
  1
  F
+ 6
  15
```

15+6=21=16+5

В начало

Вычитание

При вычитании происходит заём в старшем разряде.

Пример 2.15.

Восьмеричная:

```
__ 605
    77
  ----
   506
```

Шестнадцатеричная:

```
__ A 1C
   1 9 5
  -------
   8 8 7
```

Умножение

Выполняя умножение многозначных чисел в позиционных системах счисления, можно использовать обычный алгоритм перемножения чисел в столбик, но при этом результаты перемножения и сложения однозначных чисел необходимо заимствовать из соответствующих рассматриваемой системе таблиц умножения и сложения.

*	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	10	12	14	16
3	0	3	6	11	14	17	22	25
4	0	4	10	14	20	24	30	34
5	0	5	12	17	24	31	36	43
6	0	6	14	22	30	36	44	52
7	0	7	16	25	34	43	52	61

Таб. 2.5. Таблица умножения восьмеричных чисел

В начало

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
2	0	2	4	6	8	A	C	E	10	12	14	16	18	1A	1C	1E
3	0	3	6	9	C	F	12	15	18	1B	1E	21	24	27	2A	2D
4	0	4	8	C	10	14	18	1C	20	24	28	2C	30	34	38	3C
5	0	5	A	F	14	19	1E	23	28	2D	32	37	3C	41	46	4B
6	0	6	C	12	18	1E	24	2A	30	36	3C	42	48	4E	54	5A
7	0	7	E	15	1C	23	2A	31	38	3F	46	4D	54	5B	62	69
8	0	8	10	18	20	28	30	38	40	48	50	58	60	68	70	78
9	0	9	12	1B	24	2D	36	3F	48	51	5A	63	6C	75	7E	87
A	0	A	14	1E	28	32	3C	46	50	5A	64	6E	78	82	8C	96
B	0	B	16	21	2C	37	42	4D	58	63	6E	79	84	8F	9A	A5
C	0	C	18	24	30	3C	48	54	60	6C	78	84	90	9C	A8	B4
D	0	D	1A	27	34	41	4E	5B	68	75	82	8F	9C	A9	B6	C3
E	0	E	1C	2A	38	46	54	62	70	7E	8C	9A	A8	B6	C4	D2
F	0	F	1E	2D	3C	4B	5A	69	78	87	96	A5	B4	C3	D2	E1

Таб. 2.6. Таблица умножения шестнадцатеричных чисел

Пример 2.16.

Восьмеричная:

```
   163
×   63
  ----
   531
 1262
 -----
 13351
```

Шестнадцатеричная:

```
   AF4
x    2
  ----
  15E8
```

В начало

Деление

Деление в любой позиционной системе счисления производится по тем же правилам, как и деление углом в десятичной системе.

Восьмеричная:

```
_ 13351 | 163
  1262  |  63
  ----
_  531
   531
   ---
     0
```

В начало

III. Представление чисел в памяти компьютера.

3.1. Способы представления чисел в памяти компьютера

Существуют два способа представления чисел в памяти ЭВМ. Они называются так: **форма с фиксированной точкой(запятой)** и **форма с плавающей точкой (запятой)**.

Представление целых чисел

Форма с фиксированной точкой применяется к целым числам. В этом случае каждому разряду ячейки памяти соответствует всегда один и тот же разряд числа, а запятая находится справа после младшего разряда, т.е. вне разрядной сетки.

Достоинства: простота и наглядность.

Недостатки: конечный диапазон представления величин.

Для компьютерного представления целых чисел обычно используется несколько различных типов данных, отличающихся друг от друга количеством разрядов. Чаще всего используется восьми-, шестнадцати– и тридцатидвухразрядное представление чисел (один, два или четыре байта соответственно).

В начало

Для целых чисел существуют два представления: **беззнаковое** (только для неотрицательных целых чисел) и **со знаком**. Очевидно, что отрицательные числа можно представлять только в знаковом виде.

1. Целые неотрицательные числа. Для хранения целых неотрицательных чисел отводится одна ячейка памяти (8 битов).Минимальное число соответствует восьми нулям, хранящимся в восьми ячейках памяти, и равно нулю. Максимальное значение целого неотрицательного числа достигается в случае, когда во всех ячейках хранятся единицы. Для n-разрядного представления оно будет равно 2^k-1.

11111111_2 = 1*27 + 1*26 + 1*25 + 1*24 + 1*23 + 1*22 + 1*21 + 1*20 = 255.

Представление числа в привычной форме "знак"-"величина", при которой старший разряд ячейки отводится под знак, а остальные - под запись числа в двоичной системе, называется **прямым кодом** двоичного числа. Например, прямой код двоичных чисел 1001 и -1001 для 8-разрядной ячейки равен 00001001 и 10001001 соответственно. Прямой код числа полностью совпадает с записью самого числа в ячейке машины.

2. **Целые числа со знаком.** Для хранения целых чисел со знаком отводится две ячейки памяти (16 битов), а для хранения больших целых чисел со знаком отводится четыре ячейки памяти (32 бита). Старший (левый) разряд отводится под знак числа (если число положительное, то в знаковый разряд записывается 0, если число отрицательное — записывается 1.

В начало

Прямой код отрицательного числа отличается от прямого кода соответствующего положительного числа лишь содержимым знакового разряда. Но отрицательные целые числа не представляются в ЭВМ с помощью прямого кода, для их представления используется так называемый **дополнительный код**.

Дополнительный код используется для упрощения выполнения арифметических операций. Если бы вычислительная машина работала с прямыми кодами положительных и отрицательных чисел, то при выполнении арифметических операций следовало бы выполнять ряд дополнительных действий. Например, при сложении нужно было бы проверять знаки обоих операндов и определять знак результата. Если знаки одинаковые, то вычисляется сумма операндов и ей присваивается тот же знак. Если знаки разные, то из большего по абсолютной величине числа вычитается меньшее и результату присваивается знак большего числа. То есть при таком представлении чисел (в виде только прямого кода), операция сложения реализуется через достаточно сложный алгоритм. Если же отрицательные числа представлять в виде дополнительного кода, то операция сложения, в том числе и разного знака, сводится к поразрядному сложению.

В начало

Для получения дополнительного k-разрядного кода отрицательного числа необходимо

- модуль отрицательного числа представить прямым кодом в k двоичных разрядах;
- значение всех бит инвертировать: все нули заменить на единицы, а единицы на нули (таким образом, получается k-разрядный обратный код исходного числа);
- к полученному обратному коду прибавить единицу.

Пример 3.1.

Получим 8-разрядный дополнительный код числа -52:

00110100 - число |-52|=52 в прямом коде

11001011 - число -52 в обратном коде

11001100 - число -52 в дополнительном коде

Представление вещественных чисел в компьютере.

Для представления вещественных чисел в современных компьютерах принят способ представления **с плавающей запятой (точкой)**.

Этот способ представления опирается на нормализованную (экспоненциальную) запись действительных чисел.

В начало

Как и для целых чисел, при представлении действительных чисел в компьютере чаще всего используется двоичная система, следовательно, предварительно десятичное число должно быть переведено в двоичную систему.

Нормализованная запись числа.

Нормализованная запись отличного от нуля действительного числа - это запись вида

$$a = \pm m*P^n,$$

где n - целое число (положительное, отрицательное или ноль), а m - правильная q-ичная дробь, у которой первая цифра после запятой не равна нулю, то есть

$$\frac{1}{q} \leq m < 1$$

При этом m называется **мантиссой** числа, n - **порядком** числа. Примеры:

1. $3{,}1415926 = 0{,}31415926 * 10^1$;
2. $1000 = 0{,}1 * 10^4$;
3. $0{,}123456789 = 0{,}123456789 * 10^0$;
4. $0{,}0000107_8 = 0{,}1078 * 8^{-4}$; (порядок записан в 10-й системе)
5. $1000{,}0001_2 = 0{,}100000012 * 2^4$.

В начало

Задания для самостоятельной работы

1. Используя Правило Счета, запишите первые 20 целых чисел в десятичной, двоичной, троичной, пятеричной и восьмеричной системах счисления.

2. Как представлено число 83_{10} в двоичной системе счисления?

1) 1001011_2 2) 1100101_2 3) 1010011_2 4) 101001_2

3. Сколько единиц в двоичной записи числа 195_{10}?

1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

4. Как представлено число 25_{10} в двоичной системе счисления?

1) 1001_2 2) 11001_2 3) 10011_2 4) 11010_2

5. Как представлено число 82_{10} в двоичной системе счисления?

1) 1010010_2 2) 1010011_2 3) 100101_2 4) 1000100_2

6. Как представлено число 263 в восьмеричной системе счисления?

1) 301_8 2) 650_8 3) 407_8 4) 777_8

7. Как записывается число 567_8 в двоичной системе счисления?

1) 1011101_2 2) 100110111_2 3) 101110111_2 4) 11110111_2

8. Как записывается число $A87_{16}$ в восьмеричной системе счисления?

1) 435_8 2) 1577_8 3) 5207_8 4) 6400_8

В начало

9. Как записывается число 7548 в шестнадцатеричной системе счисления?

1) 738_{16} 2) $1A4_{16}$ 3) $1EC_{16}$ 4) $A56_{16}$

10. Какое из чисел является наименьшим?

1) $E6_{16}$ 2) 347_{8} 3) 11100101_{2} 4) 232_{10}

11. Какое из чисел является наибольшим?

1) $9B_{16}$ 2) 234_{8} 3) 10011010_{2} 4) 153_{10}

12. Сколько нулей в двоичной записи десятичного числа 497?

1) 5 2) 2 3) 3 4) 4

13. Для каждого из перечисленных ниже десятичных чисел построили двоичную запись. Укажите число, двоичная запись которого содержит ровно 3 единицы.

1) 1 2) 11 3) 3 4) 33

14. В какой системе счисления справедливо следующее:

а) 20 + 25 = 100;

б) 22 + 44 = 110?

В начало

15. Десятичное число 59 эквивалентно числу 214 в некоторой другой системе счисления. Найдите основание этой системы.

16. Переведите в двоичную и восьмеричную системы шестнадцатеричные числа:
а) $2CE_{16}$; б) $9F40_{16}$; в) $ABCDE_{16}$

17. Переведите из двоичной в шестнадцати-, восьми- и десятеричную системы.

а) 1001001111_2
б) 110011101_2

18. Представьте число 45_{10} для записи числа в памяти компьютера .

19. Представьте число -87_{10} для записи числа в памяти компьютера.

20. Определите, каким десятичным числам соответствуют следующие двоичные коды 8-разрядного представления целых чисел:

00010001 11011000 011111110

В начало

Электронные образовательные ресурсы Единой коллекции ЦОР

1. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/402b749c-240b-4e16-9e4d-bea3fc4fa8fa/9_139.swf
2. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/78ba290c-0f7c-4067-aaf4-d72f40f49f3b/9_109.swf
3. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/1a264912-eca9-4b45-8d77-c3655b199113/9_110.swf
4. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/caeea6cc-bd1d-4f47-9046-1434ac57e111/9_114.swf
5. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/67cbf74b-f85a-4e9d-88c5-58f203fb90ce/9_113.swf
6. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/8bb7eefa-4ed9-43fe-aebe-4d6ac67bc6ec/9_112.swf
7. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/caeea6cc-bd1d-4f47-9046-1434ac57e111/9_114.swf
8. http://files.school-collection.edu.ru/dlrstore/19d0fb95-871d-4063-961d-e7dc5725e555/9_121.swf

В начало

Используемая литература

Литература:

1. Информатика и ИКТ. Базовый уровень. 9кл Угринович Н.Д 2012 г.
2. Информатика и ИКТ. 9 класс. Базовый уровень Семакин И.Г. 2012 г.
3. Информатика и ИКТ. Базовый уровень. 9кл Босова Л.Л. 2012 г.
4. Рабочая тетрадь по информатике и ИКТ. 9 класс. Под редакцией Л.Л. Босова, А.Ю. Босова. 2012 г.
5. Задачник - практикум по информатике и информационным технологиям. Под редакцией И.Г.Семакина, Е.К. Хеннера, 2012 г.

Интернет - ресурсы:

1. http://algolist.manual.ru/maths/teornum/count_sys.php

2 .http://www.inf1.info/scalenotation

3. http://sdo.vzm.su/informatika/inf2-5.shtml

4. http://kuzelenkov.narod.ru/mati/book/inform/inform5.html

5. http://school-collection.edu.ru/

6. http://fcior.edu.ru/

В начало